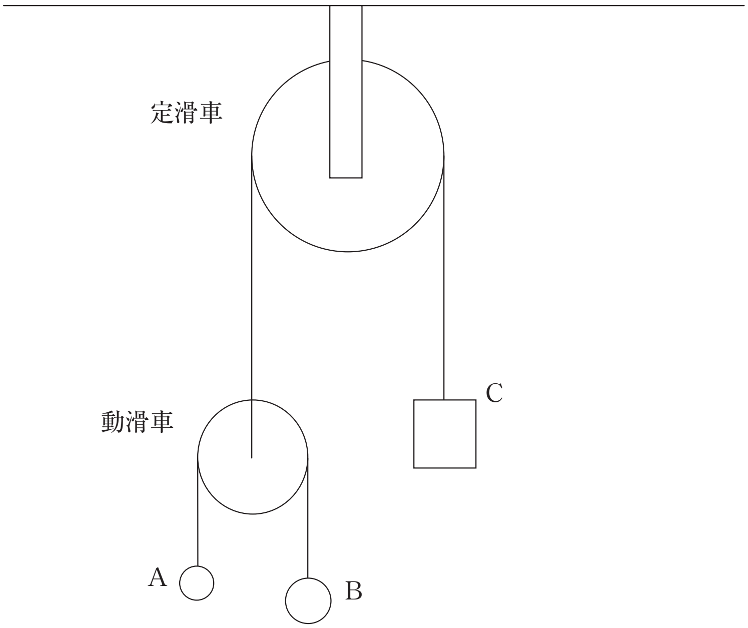
第５講　束縛条件

1

図のように，動滑車に通した糸により質量 m の物体Ａと質量 $2m$ の物体Ｂをつなぎ，さらに定滑車を介して動滑車と質量 $3m$ の物体Ｃをつなげる。

静止させた状態から手をはなすと，３つの物体および動滑車は運動し始めた。物体Ａ，Ｂ，Ｃそれぞれの，床から見た加速度を求めよ。ただし，Ａ，Ｂの加速度は鉛直下向きを正，Ｃの加速度は鉛直上向きを正の向きとする。また，動滑車の質量は無視でき，重力加速度の大きさを g とする。



ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

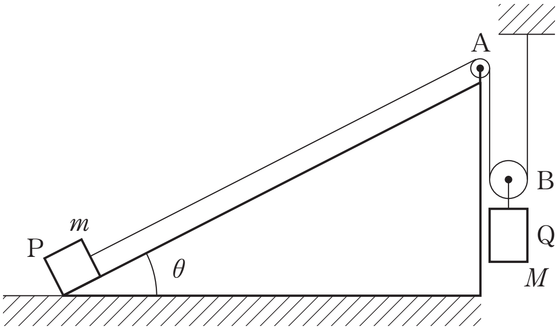
＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

図のように，水平面と傾斜角θのあらい斜面の最下点に質量mの小物体Ｐを置く。軽くて伸び縮みしない糸の一端をＰに結び，糸を定滑車Ａと動滑車Ｂに通し，他端を天井に結んだ。つぎに，Ｐを手で固定し，動滑車Ｂに質量MのおもりＱを静かにつるした。滑車Ａ，Ｂはなめらかに回転し，その質量はいずれも無視できるものとする。

Ｐから静かに手を放すと，Ｑは鉛直方向に下降し，Ｐは斜面に沿って上昇した。Ｐと斜面との静止摩擦係数をμ，動摩擦係数をμ'，重力の加速度の大きさをgとする。以下の問に答えよ。



(1)　Ｐが上昇するために必要な条件をM，m，μ，θを用いて表せ。

(2)　斜面上向きを正，Ｐの加速度をa_1，糸の張力の大きさをTとして，Ｐの運動方程式を表せ。

(3)　鉛直下向きを正，Ｑの加速度をa_2，糸の張力の大きさをTとして，Ｑの運動方程式を表せ。

(4)　a_1とa_2の関係を示せ。

(5)　a_1をM，m，μ'，θ，gを用いて表せ。

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

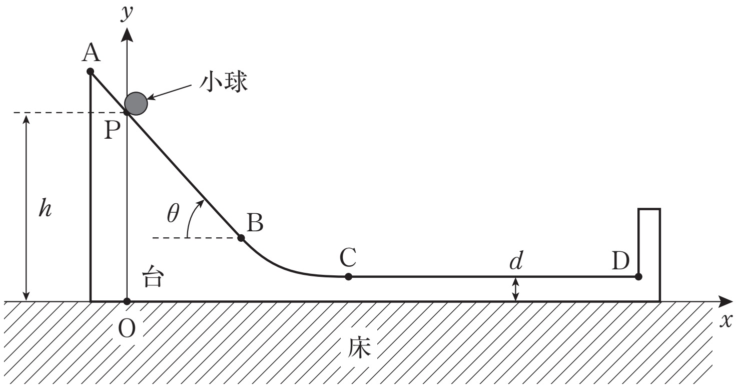
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

図のように質量 M の台を摩擦の無い水平な床の上に置いた。台の上面は，水平面と一定の角度 θ をなす斜面 AB，曲面 BC，水平面 CD からなる。曲面 BC は，B および C でそれぞれ斜面 AB，水平面 CD となめらかにつながっている。台を床に対して静止させた状態で，大きさが無視できる質量 m の小球を斜面 AB 上の点 P に置いた後，小球から静かに手を離した。台の上面と小球の間に摩擦は働かないとして，台と小球の運動について考える。

床上の点 O を座標の原点にとり，図の水平右向きを x 軸の正方向，鉛直上向きを y 軸の正方向とし，小球から手を離す前の小球および P の x 座標をゼロとする。床から測った P の高さを h，台の水平部分の厚さを d，重力加速度を g とする。以下の問に答えよ。



(1)　小球が B を初めて通過するまでの任意の時刻における，小球の x 方向の加速度 a_x，y 方向の加速度 a_y，および台の x 方向の加速度 b_x を，m，M，θ，g および小球が斜面から受ける抗力の大きさ N の中から必要なものを用いて表せ。ただし加速度は全て床に対するものとする。

(2)　小球が B を初めて通過するまでの任意の時刻における，小球の x 座標を x_1，y 座標を y_1，斜面 AB 上の点 P の x 座標を x_2 とする。

(a)　小球が斜面 AB 上を運動することから x_1，y_1，x_2 の間に成り立つ関係式を m, M, g, θ，h，d の中から必要なものを用いて表せ。

(b)　この間，N は時間によらず一定である。このことを用いて N および加速度 a_x，a_y，b_x を，m，M，g，θ の中から必要なものを用いて表せ。

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

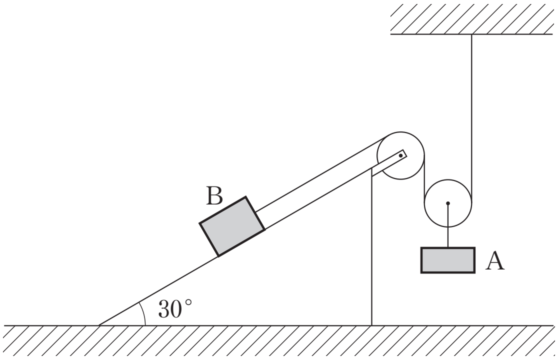
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第５講　確認テスト

次の文の［a］，［b］および［あ］から［お］に入れるのに最も適当なものを解答群から選び，その記号をマークしなさい。ただし，同じものを２回以上用いてもよい。なお，重力加速度の大きさを g とする。

図に示すように，質量 M の物体Ａが動滑車につるされており，傾きの角 30° のなめらかな斜面上におかれた質量 m の物体Ｂは軽くて伸び縮みしない糸で定滑車と動滑車を介して天井につながれている。定滑車と動滑車は，いずれも軽くてなめらかに回転するものとし，動滑車をつり下げている糸の方向は鉛直とする。

ＡとＢがつりあって静止する条件は，$\frac{Mg}{2}$＝［あ］であるから，M が m の［a］倍より大きくなるとＡは下降する。以下ではＡが下降する運動を考える。Ａが h だけ下がったとき，Ｂは斜面上を［b］×h だけ斜め上に移動する。下降中のＡの加速度の大きさを a，糸の張力の大きさを F とすると，Ａの運動方程式は鉛直下向きを正として Ma＝［い］，Ｂの運動方程式は斜面にそって上向きを正として［b］×ma＝［う］となるから，a＝［え］×g，F＝［お］×Mg となる。



［a］と［b］の〔解答群〕

① $\frac{1}{\sqrt{3}}$　② $\frac{1}{2}$　③ 1　④ 2　⑤ $\sqrt{3}$

［あ］，［い］，［う］の〔解答群〕

① $\frac{Mg}{2}$　② $\frac{mg}{2}$　③ $mg-2F$　④ $Mg-2F$

⑤ $F-\frac{mg}{2}$　⑥ $F-\frac{Mg}{2}$　⑦ $\frac{mg}{2}-F$　⑧ $\frac{Mg}{2}-F$

［え］，［お］の〔解答群〕

① $\frac{M-m}{M+2m}$　② $\frac{M-m}{M+4m}$　③ $\frac{M+m}{M+4m}$　④ m

⑤ $\frac{3M}{2(M+2m)}$　⑥ $\frac{3m}{2(M+2m)}$　⑦ $\frac{5M}{2(M+4m)}$　⑧ $\frac{5m}{2(M+4m)}$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第５講　解答

1

A：$-\dfrac{7}{17}g$　　B：$\dfrac{5}{17}g$　　C：$-\dfrac{1}{17}g$

2

(1)　$M > 2m(\sin\theta + \mu\cos\theta)$

(2)　$ma_1 = T - mg\sin\theta - \mu' mg\cos\theta$

(3)　$Ma_2 = Mg - 2T$

(4)　$a_1 = 2a_2$

(5)　$a_1 = \dfrac{2\{M - 2m(\sin\theta + \mu'\cos\theta)\}g}{4m + M}$

3

(1)　$a_x = \dfrac{N}{m}\sin\theta$,　$a_y = \dfrac{N}{m}\cos\theta - g$,　$b_x = -\dfrac{N}{M}\sin\theta$

(2)　(a)　$\dfrac{h - y_1}{x_1 - x_2} = \tan\theta$

(b)　$N = \dfrac{Mmg\cos\theta}{M + m\sin^2\theta}$,

$a_x = \dfrac{Mg\sin\theta\cos\theta}{M + m\sin^2\theta}$,　$a_y = -\dfrac{(m + M)g\sin^2\theta}{M + m\sin^2\theta}$,　$b_x = -\dfrac{mg\sin\theta\cos\theta}{M + m\sin^2\theta}$

第5講　確認テスト

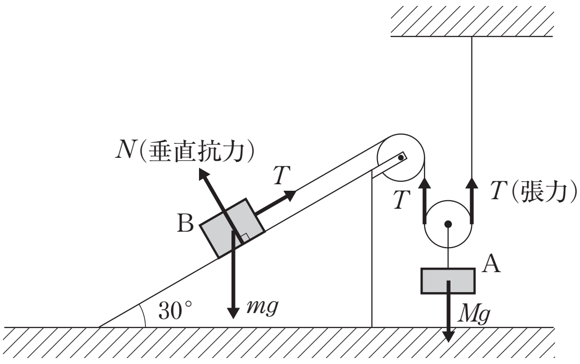
【解答】

a　③,　b　④

あ　②,　い　④,　う　⑤,　え　②,　お　⑧

【解説】

かかる力は図の様になる。



あ　力のつりあい

A：$2T = Mg$

B：$T = mg\sin 30°$

より T を消去して，

$$\frac{Mg}{2} = \frac{\boldsymbol{mg}}{\boldsymbol{2}}$$

a　**1**（倍）

b　Aが h だけ下降すると，糸を $2h$ だけ引き込むことになるので，Bは $2h$ だけ斜面を上がる。

い　Aの運動方程式は

$$Ma = \boldsymbol{Mg - 2F}$$

う　Bの運動方程式は

$$m\cdot(2a) = F - mg\sin 30°$$

$$2\times ma = \boldsymbol{F - \frac{1}{2}mg}$$

↑ b

え　上の2式を連立させて

$$\begin{cases} Ma = Mg - 2F & \text{——Ⓐ} \\ 2ma = F - \dfrac{1}{2}mg & \text{——Ⓑ} \end{cases}$$

Ⓐ＋Ⓑ×2より

$$a = \frac{\boldsymbol{M - m}}{\boldsymbol{M + 4m}}\cdot g$$

お　Ⓐ×$2m$－Ⓑ×M より

$$F = \frac{\boldsymbol{5m}}{\boldsymbol{2(M + 4m)}}\cdot Mg$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。